

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра прикладної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Декан факультету
математики і інформатики

Григорій ЖОЛТКЕВИЧ

“ 29 ” серпня 2024 р.



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Чисельні методи розв’язання диференціальних та інтегральних рівнянь

рівень вищої освіти _____ перший (бакалаврський) рівень _____

галузь знань _____ 11 – Математика та статистика _____

спеціальність _____ 113 Прикладна математика _____

освітня програма _____ Прикладна математика _____

спеціалізація _____

вид дисципліни _____ обов’язкова _____

факультет _____ математики і інформатики _____

2024 / 2025 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою факультету математики і інформатики

“27” серпня 2024 року, протокол № 8

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ: **Бєбія Максим Отарійович**, канд. фіз.-мат. наук, доцент закладу вищої освіти кафедри прикладної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри прикладної математики
Протокол від “26” серпня 2024 року № 8

Завідувач кафедри прикладної математики



Валерій КОРОБОВ

Програму погоджено з гарантом
освітньо-професійної програми «Прикладна математика»

Гарант освітньо-професійної програми «Прикладна математика»



Сергій ПОСЛАВСЬКИЙ

Програму погоджено науково-методичною комісією
факультету математики і інформатики

Протокол від “27” серпня 2024 року № 1

Голова науково-методичної комісії факультету математики і інформатики



Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «**Чисельні методи розв'язання диференціальних та інтегральних рівнянь**» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалавра спеціальності 113 – Прикладна математика

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни є надання знань про наближені чисельні методи розв'язання диференціальних та інтегральних рівнянь, які виникають, зокрема, в задачах механіки та фізики.

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни

Вивчення наближених методів розв'язання задачі Коші та граничних задач для звичайних диференціальних рівнянь, а також методів для рівнянь із частинними похідними. Вивчення наближених методів розв'язання інтегральних рівнянь.

1.2.1. Формування наступних інтегральної та загальних компетентностей:

ІК01. Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми прикладної математики у професійній діяльності або у процесі навчання, що передбачає застосування математичних теорій та методів і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

ЗК05. Здатність проведення досліджень на відповідному рівні.

1.2.2. Формування наступних фахових компетентностей:

ФК01. Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.

ФК03. Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язання прикладних задач, моделювання, аналізу, проєктування, керування, прогнозування, прийняття рішень.

ФК04. Здатність розробляти алгоритми та структури даних, програмні засоби та програмну документацію.

ФК08. Здатність використовувати сучасні технології програмування та тестування програмного забезпечення.

ФК13. Здатність зрозуміти постановку завдання, сформульовану мовою певної предметної галузі, здійснювати пошук та збір необхідних вихідних даних.

ФК14. Здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату.

ФК17. Здатність розуміти математичні доведення, запропоновувати оригінальні доведення, встановлювати їх правильність і отримувати висновки.

ФК18. Здатність оцінити рівень математичного обґрунтування методів, які застосовуються для розв'язання конкретних прикладних задач.

1.3. Кількість кредитів – 4

1.4. Загальна кількість годин – 120

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Обов'язкова	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання

Рік підготовки	
4-й	
Семестр	
8-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
56 год.	
в тому числі індивідуальні завдання	
6 год.	

1.6. Заплановані результати навчання.

Студенти повинні досягти таких результатів навчання:

Знати:

1. Методи чисельного розв'язання задачі Коші.
2. Метод скінченних різниць для крайових задач.
3. Метод Гальоркіна.
4. Метод колокації.
5. Метод сіток для рівнянь із частинними похідними.
6. Основи методу скінченних елементів.
7. Властивості деяких інтегральних рівнянь, зокрема рівнянь Фредгольма I та II роду.
8. Метод послідовних наближень для інтегральних рівнянь.
9. Методи чисельного розв'язання інтегральних рівнянь: заміни ядра виродженням, квадратурних сум, моментів.

Вміти:

1. Розв'язувати задачу Коші для звичайних диференціальних рівнянь однокроковими та багатокроковими методами.
2. Зводити крайову задачу для звичайного диференціального рівняння до комбінації задач Коші.
3. Зводити диференціальні рівняння до різницевих рівнянь.
4. Розв'язувати різницеві рівняння.
5. Будувати розв'язок диференціального рівняння з граничною умовою за допомогою методів Гальоркіна та колокації.
6. Застосовувати метод сіток для чисельного розв'язання рівнянь із частинними похідними.
7. Застосовувати метод скінченних елементів для рівнянь із частинними похідними.
8. Застосовувати метод послідовних наближень для знаходження розв'язку інтегральних рівнянь.
9. Застосовувати методи квадратурних сум та моментів для чисельного знаходження розв'язку інтегральних рівнянь.
10. Обирати ефективні чисельні алгоритми для розв'язання математичних задач, що виникають при моделюванні процесів різної природи за допомогою диференціальних та інтегральних рівнянь. Скласти відповідну обчислювальну схему та реалізувати її на програмному рівні з використанням комп'ютера. Проводити аналіз отриманих результатів.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні досягти таких програмних результатів навчання:

PH02. Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.

PH03. Формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; розв'язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів.

PH05. Уміти розробляти та використовувати на практиці алгоритми, пов'язані з апроксимацією функціональних залежностей, чисельним диференціюванням та інтегруванням, розв'язанням систем алгебраїчних, диференціальних та інтегральних рівнянь, розв'язанням крайових задач, пошуком оптимальних рішень.

PH07. Вміти проводити практичні дослідження та знаходити розв'язок некоректних задач.

PH09. Будувати ефективні щодо точності обчислень, стійкості, швидкодії та витрат системних ресурсів алгоритми для чисельного дослідження математичних моделей та розв'язання практичних задач.

PH12. Розв'язувати окремі інженерні задачі та/або задачі, що виникають принаймні в одній предметній галузі: в соціології, економіці, екології та медицині.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Чисельні методи розв'язання диференціальних рівнянь.

Тема 1. Чисельне розв'язання звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР)

Чисельне розв'язання задачі Коші для ЗДР. Однокрокові та багатокрокові методи. Метод Ейлера та його модифікації. Методи Рунге-Кутта. Оцінка похибки. Метод Адамса. Чисельне розв'язання систем диференціальних рівнянь.

Тема 2. Чисельне розв'язання крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь

Постановка крайової задачі для ЗДУ. Метод диференціальної прогонки. Апроксимація диференціальної задачі різницевою, метод скінченних різниць. Способи розв'язання різницевих рівнянь. Метод колокації, метод Гальоркіна.

Тема 3. Чисельне розв'язання рівнянь із частинними похідними

Типи рівнянь у частинних похідних, приклади. Метод сіток. Апроксимація, стійкість, збіжність. Побудова дискретного розв'язку для задач теплопровідності та хвильових задач. Метод прямих. Основи методу скінченних елементів.

Розділ 2. Чисельні методи розв'язання деяких інтегральних рівнянь

Тема 4. Загальні відомості про інтегральні рівняння

Класифікація інтегральних рівнянь. Математичні та прикладні задачі, які призводять до інтегральних рівнянь. Елементи теорії Фредгольма. Інтегральні рівняння I та II роду. Інтегральні рівняння, які мають особливість: логарифмічну, сингулярну, гіперсингулярну.

Тема 5. Чисельне розв'язання інтегральних рівнянь

Наближене розв'язування інтегральних рівнянь, метод послідовних наближень. Рівняння з виродженим ядром. Метод квадратурних сум. Метод моментів (Гальоркіна). Коректні та некоректні задачі, регуляризація.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усь го	у тому числі					усь ого	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	с.р		л	п	лаб	інд	с.р
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 1. Чисельні методи розв'язання диференціальних рівнянь.												
Тема 1. Чисельне розв'язання звичайних диференціальних рівнянь	20	6	6			8						
Тема 2. Чисельне розв'язання крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь	22	6	6			10						
Тема 3. Чисельне розв'язання рівнянь із частинними похідними	23	8	8			7						
<i>Індивідуальне завдання (ІДЗ)</i>	6					6						
Разом за розділом 1	71	20	20			31						
Розділ 2. Чисельні методи розв'язання деяких інтегральних рівнянь.												
Тема 4. Загальні відомості про інтегральні рівняння	18	4	4			10						
Тема 5. Чисельне розв'язання інтегральних рівнянь	31	8	8			15						
Разом за розділом 2	49	12	12			25						
Усього годин	120	32	32			56						

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Розробка та реалізація комп'ютерного алгоритму розв'язання задачі Коші для ЗДУ за допомогою методів Ейлера та Рунге-Кутта.	4
2	Багатокрокові методи.	2
3	Розробка та реалізація комп'ютерного алгоритму розв'язання граничної задачі за допомогою методів скінченних різниць та диференціальної прогонки.	4
4	Особливості практичної реалізації методу Гальоркіна. Розробка та реалізація комп'ютерного алгоритму розв'язання граничної задачі за допомогою методу Гальоркіна.	2
5	Метод сіток. Метод прогонки для рівняння теплопровідності.	2
6	Програмна реалізація методу прямих для рівнянь еліптичного та параболічного типу.	4
7	Програмна реалізація методу сіток для рівнянь гіперболічного	2

	типу.	
8	Інтегральні рівняння Фредгольма I та II роду. Метод послідовних наближень.	4
9	Розв'язання рівнянь з виродженим ядром.	2
10	Метод квадратурних сум.	2
11	Методи колокації та моментів.	4
	Разом	32

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Виконання домашніх завдань та вивчення матеріалів за розділом «Чисельні методи розв'язання диференціальних рівнянь»	25
2	Виконання домашніх завдань та вивчення матеріалів за розділом «Чисельні методи розв'язання деяких інтегральних рівнянь»	25
3	Виконання індивідуального завдання за розділом «Чисельні методи розв'язання диференціальних рівнянь»	6
	Разом	56

6. Індивідуальні завдання

Побудова та реалізація чисельних алгоритмів для розв'язання диференціальних рівнянь.

7. Методи навчання

Пояснювально-ілюстративні лекції, репродуктивні і частково-пошукові методи при проведенні практичних занять, індивідуальні завдання. Студенти опановують значну частину теоретичного матеріалу шляхом самостійного написання комп'ютерних програм.

8. Методи контролю

Перевірка виконання домашніх завдань, поточне опитування за лекційним матеріалом, перевірка індивідуального (розрахунково-графічного) завдання; перевірка залікової роботи.

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання					Залікова робота	Сума
Розділ 1	Розділ 2	Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Індивідуальне завдання	Разом		
T1-T3	T4-T5					
30	20	---	10	60	40	100

Для допуску до складання підсумкового контролю (заліку) здобувач вищої освіти повинен набрати не менше 10 балів з навчальної дисципліни під час поточного контролю, самостійної роботи, індивідуального завдання.

Критерії оцінювання

Поточний контроль: бали нараховуються за виконання домашніх завдань, до 30 балів за перший розділ та до 20 балів за другий, і активність під час практичних занять.

Індивідуальне завдання вимагає написання програмного коду, проведення розрахунків, їх візуалізацію та обґрунтування отриманих результатів. Завдання оцінюється максимум у 10 балів. Якщо при виконанні завдання отримано частковий результат (код програми написано частково, без кінцевих обрахунків), то завдання оцінюється максимум у 5 балів. Якщо при виконанні завдання отримані вірні обрахунки без належного візуального представлення чи висновків, то завдання оцінюється максимум у 8 балів. Незначні технічні помилки (арифметичного або чисельного характеру) не впливають на оцінку, якщо вони не привели до неправильних якісних висновків.

Залікова робота складається з двох теоретичних питань та однієї задачі. Кожне теоретичне питання оцінюється максимально 15 балами. Максимальна оцінка за задачу складає 10 балів.

По кожному завданню нараховується:

- максимальний бал у разі правильної обґрунтованої відповіді;
- за незначні та за арифметичні помилки оцінка зменшується від 10 до 30 відсотків;
- за значні логічні помилки оцінка зменшується до 50 відсотків, якщо хід розв'язання в цілому правильний;
- у разі частково вірних міркувань за відсутності обґрунтованої відповіді виставляється до 30 відсотків від максимальної кількості балів;
- розв'язання не відповідає жодному з критеріїв, які сформульовані вище – виставляється 0 балів.

Шкала оцінювання (дворівнева)

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
50-100	зараховано
1-49	не зараховано

10. Рекомендована література

Основна література

1. Задачин В. М. Чисельні методи : Навчальний посібник / В. М. Задачин, І.Г. Конюшенко. – Харків. Вид. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. – 180 с.
http://kist.ntu.edu.ua/textPhD/CHM_Zadachin.pdf
2. Волонтир Л. О. Чисельні методи: Навчальний посібник / Л. О. Волонтир, Л. В. Зелінська, Н. А. Потапова, І. А. Чіков – Вінницький національний аграрний університет. – Вінниця: ВНАУ, 2020 – 322 с.
<http://repository.vsau.org/getfile.php/27703.pdf>
3. Андруник В. А. Чисельні методи в комп'ютерних науках: Навчальний посібник, Том 2 за ред. В. В. Пасічника / В. А. Андруник, В. А. Висоцька, В. В., Пасічник Л. Б. Чирун, Л. В. Чирун – Львів: «Новий Світ - 2000», 2018. – 805 с.
4. Литвинов А. Л. Чисельні методи: теорія і практика: навч. посіб. / А. Л. Литвинов – Харків: ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2022. – 166 с.
5. Попов В. В. Методи обчислень : конспект лекцій для студентів механіко-математичного факультету / В. В. Попов. – К. : Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2012. – 303 с.
6. Мамчук В. І. Числові методи: навч. посібник / В. І. Мамчук – К.: НАУ, 2015. – 388 с.

7. Мусіяка В. Г. Основи числових методів: підручник / В. Г. Мусіяка. – Дніпро : ЛПРА, 2017. – 256 с.
8. Гончаров О. А., Чисельні методи розв’язання прикладних задач : навчальний посібник / О. А. Гончаров, Л. В. Васильєва, А. М. Юнда. – Суми : Сумський державний університет, 2020. – 142 с.

Допоміжна література

1. Бондаренко В. Г. Рівняння математичної фізики: [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 124 «системний аналіз» / В. Г. Бондаренко ; КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018, – 100 с..
https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/31956/1/RivnMatFiz_Posibnyk.pdf
2. Урманчев В. І. Різницеві рівняння: методичні вказівки для вивчення розділів математики / Укладач В.І. Урманчев. – Київ, 2018 . – 44 с.
3. Василюшин Т. В. Інтегральні рівняння : навчальний посібник / Т. В. Василюшин, Т. П. Гой, І. В. Федак. – Івано-Франківськ : Сімик, 2014. – 222 с.
4. Кривошея С. А. Диференціальні та інтегральні рівняння: Підручник / С. А. Кривошея, М. О. Перестюк, В. М. Бурим. – К.: Либідь, 2004. – 408 с.
5. Лопушанська Г. П. Інтегральні рівняння і застосування: Навчальний посібник / Г. П. Лопушанська, А. О. Лопушанський – Львів.: Львівський національний університет імені Івана Франка, 2022. – 111 с.
6. Анісімов А. В. Програмування числових методів мовою Python: підручник / А. В. Анісімов, А. Ю. Дорошенко, С. Д. Погорілий, Я. Ю. Дорогий; за ред. А. В. Анісімова. – К.: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2014. – 640 с.
7. Computational Galerkin Methods / С. А. J. Fletcher – Springer, 1984. – р. 309.